

۱. گزینه ۱

تحلیل مسأله:

$$\text{طول نخ} = 2a + 4b + 2c$$

$$b + c = \text{فاصله میخ‌های ۲ و ۴}$$

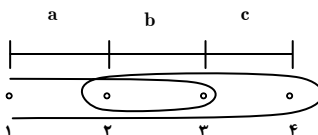
$$\rightarrow \frac{\text{طول نخ}}{b+c} = \frac{2a+4b+2c}{b+c} = \frac{2(a+2b+c)}{b+c}$$

فاصله میخ‌های ۲ و ۴

$$b = 0.1 \times \text{طول نخ} \rightarrow b = 0.1 \times 2(a+2b+c) \rightarrow 0.1 \times 2(a+c) = 0.6b \rightarrow a+c = 3b$$

$$a=c \rightarrow \frac{\text{طول نخ}}{b+c} = \frac{2(c+2b+c)}{b+c} = 4$$

فاصله میخ‌های ۲ و ۴



* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست. زیرا:

✓ اطلاع (II) به تنهایی کافی است. زیرا:

۲. گزینه ۲

* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست زیرا:

دو حالت رخ می‌دهد:

$$1. \{1, 7\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}$$

$$2. \{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$$

در هیچکدام از این دو حالت نمی‌توان با قطعیت در مورد عدد ۵ اظهارنظر کرد.

* اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست زیرا:

دو حالت رخ می‌دهد:

$$1. \{1, 5, 6\}, \{2, 3, 7\} \leftarrow \text{در این حالت چون عدد ۱ قابل رویت است، عدد ۵ نیز قابل رویت است.}$$

$$2. \{2, 4, 5\}, \{1, 3, 7\} \leftarrow \text{در این حالت چون عدد ۱ قابل رویت است. عدد ۵ قابل رویت نیست.}$$

✓ هر دو اطلاع با هم کافی هستند زیرا:

با در نظر گرفتن دو شرط تنها ۱ حالت ممکن است.

۱، ۵، ۶ : اعداد قابل رویت

۷، ۳، ۴ : اعداد غیرقابل رویت

بنابراین اگر ۱ قابل رویت باشد، ۵ نیز قابل رویت است.

۳. گزینه ۲

تحلیل مسأله :

اگر ابتدا مفروضات زیر را در نظر بگیریم :

$$V_1: \text{حجم رنگ برای رنگ کردن پنجره} \quad V_2: \text{حجم رنگ برای رنگ کردن در} \quad V: \text{حجم کل رنگ}$$

$$\text{خواسته مسأله} = \frac{6V_1 + 4V_2}{V}$$

* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$V = 4V_1 + 6V_2 \quad (1)$$

* اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$2V_2 = 5V_1 + \frac{1}{3}V \quad (2)$$

✓ هر دو اطلاع با هم کافی هستند زیرا:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1), (2)} 2V_r &= 5V_1 + \frac{1}{r_0}(4V_1 + 6V_r) \rightarrow 2V_r = 5V_1 + \frac{V_1}{5} + \frac{3}{10}V_r \\ \rightarrow \frac{17}{10}V_r &= \frac{26}{5}V_1 \rightarrow 52V_1 = 17V_r \rightarrow V_1 = \frac{17}{52}V_r \xrightarrow{(1)} V = \frac{95}{13}V_r \\ \text{خواسته مسئله} &= \frac{6V_1 + 4V_r}{V} = \frac{6 \times \frac{17}{52}V_r + 4V_r}{\frac{95}{13}V_r} = \frac{31}{38} \end{aligned}$$

۴. گزینه ۴

تحلیل مسأله:

می‌خواهیم ببینیم عدد $\overline{xyz}$ مضرب ۹ است یا خیر. یعنی $x+y+z$ مضرب ۹ است یا خیر.

✱ اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$\begin{aligned} \overline{xy} = 9k &\rightarrow x+y = 9k \\ \overline{yz} = 9k' &\rightarrow y+z = 9k' \end{aligned} \rightarrow x+2y+z = 9k''$$

اما نمی‌توانیم در مورد $x+y+z$ قضاوت کنیم.

✱ اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$\begin{aligned} y = 3k_1 \\ \overline{xz} = 3k' &\rightarrow x+z = 3k_2 \end{aligned} \Rightarrow x+y+z = 3k_3$$

اما نمی‌توانیم نتیجه بگیریم $x+y+z$ مضرب ۹ نیز هست یا خیر

✱ هر دو اطلاع با هم کافی نیستند زیرا:

$$\begin{cases} x+y+z = 9k'' \\ x+y+z = 3k_3 \end{cases}$$

از ترکیب این دو شرط نیز نمی‌توانیم به طور قطع در مورد $x+y+z$ اظهار نظر کنیم.

مثلاً عدد ۹۹۹ در هر دو شرط صدق می‌کنیم به ۹ بخش‌پذیر است. اما عدد ۶۳۶ با وجود صدق در هر دو شرط بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

۵. گزینه ۲

تحلیل مسأله:

A	B	C	D
$\frac{A}{2}$	$\frac{B}{2}$	$\frac{C}{2}$	$\frac{D}{2}$
۱۷	۱۷	۱۷	۱۷
۱	۲	۳	۴

$$\text{خواسته مسئله} = 17 - \frac{A}{2} - \frac{B}{2} - \frac{C}{2}$$

✱ اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$A+B+C+D=22 \quad (*)$$

✱ اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست زیرا:

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{2} = 4D \rightarrow A+B=8D \xrightarrow{(*)} 9D+C=22$$

چون D باید عددی زوج باشد ($\frac{D}{2}$ عددی صحیح است)، تنها مقدار ممکن برای D ، ۲ است.

✓ هر دو اطلاع با هم کافی هستند زیرا:

$$\begin{cases} A+B=8D \rightarrow A+B=16 \\ 9D+C=22 \rightarrow C=4 \end{cases} \rightarrow \text{خواسته مسئله} = 17 - \frac{A+B+C}{2} = 17 - \frac{16+4}{2} = 7$$

بنابراین با استفاده از دو شرط با یکدیگر، به جوابی یکتا می‌رسیم.